

王鹏飞, 丁兆敏, 林鹏飞, 等. 2015. 时间滑动相关方法在 SST 可预报性及可信计算时间研究中的应用 [J]. 气候与环境研究, 20 (3): 245–256, doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2015.14141. Wang Pengfei, Ding Zhaomin, Lin Pengfei, et al. 2015. Application of the sliding temporal correlation approach to the studies of predictability and reliable computation time of sea surface temperature [J]. Climatic and Environmental Research (in Chinese), 20 (3): 245–256.

## 时间滑动相关方法在 SST 可预报性及可信计算时间研究中的应用

王鹏飞<sup>1, 2, 4</sup> 丁兆敏<sup>1, 3</sup> 林鹏飞<sup>1</sup> 黄刚<sup>1, 4</sup>

1 中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029

2 中国科学院大气物理研究所季风系统研究中心, 北京 100190

3 中国科学院大学, 北京 100049

4 全球变化研究协同创新中心, 北京 100875

**摘要** 将时间滑动相关方法 STC (sliding temporal correlation) 用于研究混沌系统和海洋环流模式的可信计算时间 RCT (reliable computation time), Lorenz 混沌系统的数值试验表明用 STC 求得的可预报时间和可信计算时间, 与使用传统误差限方法所得结果一致, 证明了其有效性。对海洋环流模式 LICO 和 NEMO 的研究发现: 1. 当海洋模式以非耦合的方式运行时, 试验的结果表明其海表温度 SST 的可信计算时间较长, 平均达到 6 个月以上, 这主要是由于海洋模式的运行过程中, 采用恢复性边界条件使模拟结果不会太过偏离观测值。对于强迫场从 1 月开始的试验, LICO 模式的 SST 可信计算时间在赤道东太平洋和西北太平洋地区存在 RCT 低值区, 其数值不超过 2 个月。而 NEMO 模式在赤道太平洋地区全是 RCT 高值区, NEMO 模式的 RCT 低值区域出现在赤道外的太平洋和大西洋中纬度地区, 强迫场从 7 月开始的试验, RCT 纬向平均分布与 1 月有相反的形式。2. 海洋模式以耦合方式运行时, 由于去掉了恢复边界条件作用, 海洋模式预报的 SST 可信计算时间明显减小, 年平均 RCT 为 1 个月左右。按季节平均得到的 RCT 变化不大, 在 30~40 天之间, RCT 的大值区春季位于南半球, 而秋季位于北半球, 可达 2 个月以上。耦合模式中所模拟的 500 hPa 高度场的 RCT 与单独运行的大气模式所得结果相差不大, 仍在 2 周以内。3. 无论是按季节平均还是按海区平均所得到的 RCT 分布, 都在 30~60 天左右, 只有极少数区域在特定季节可以达到 80 天以上, 这说明在海气耦合模式中, 由于计算不确定造成的可预报上限一般不超过 2~3 个月, 这比使用资料分析得到可预报期限短很多, 因此根据木桶原理, RCT 可能是制约海气耦合模式 SST 预报能力的一个重要因素。

**关键词** 可信计算时间 木桶原理 混沌动力系统 海洋环流模式

文章编号 1006-9585(2015)03-0245-12

中图分类号 P456

文献标识码 A

doi:10.3878/j.issn.1006-9585.2015.14141

## Application of the Sliding Temporal Correlation Approach to the Studies of Predictability and Reliable Computation Time of Sea Surface Temperature

WANG Pengfei<sup>1, 2, 4</sup>, DING Zhaomin<sup>1, 3</sup>, LIN Pengfei<sup>1</sup>, and HUANG Gang<sup>1, 4</sup>

1 State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029

2 Center for Monsoon System Research, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190

3 University of Chinese Academy Sciences, Beijing 100049, China

收稿时间 2014-07-05; 网络预出版日期 2014-10-28

项目资助 国家自然科学基金资助项目 41375112、41376019, 国家重点基础研究发展计划项目 2011CB309704、2012CB957803

作者简介 王鹏飞, 男, 博士, 高级工程师, 主要从事数值模式、非线性动力学等方面的研究。E-mail: wpf@mail.iap.ac.cn

4 Joint Center for Global Change Studies, Beijing 100875, China

**Abstract** The sliding temporal correlation (STC) approach is applied to the study of reliable computation time (RCT) for chaotic numeric systems and general oceanic circulation models. The numeric experiments in the Lorenz chaotic system indicate that the maximal prediction time and RCT calculated by STC well agree with those calculated using the classic error approach. This indicates that the STC approach may be applied to this study. Therefore, this approach is applied to examine the RCT of sea surface temperature (SST) simulated by two uncoupled LICO and NEMO oceanic models and a coupled model using NEMO as its oceanic component. It is found that the mean RCT of SST extends to about six months in the two uncoupled oceanic models. This relatively long RCT is due to the adoption of surface boundary restore conditions that revert the numeric results to the observed values. Using external forcing data from January, low RCT values (under two months) in simulations are located in the equatorial Pacific and Northwest Pacific for the LICO model. High RCT values for the NEMO model are located in the equatorial Pacific and low RCT values in the off-equatorial Pacific and in the middle latitudes of the Atlantic. Simulations using external forcing data from July show the reverse zonal mean RCT pattern to those from January. In addition, when using the coupled model (NEMO model coupled with other components such as atmosphere), the restore surface boundary condition is not used. The mean annual RCT in the coupled model decreases significantly to around one month. Seasonal variation in RCT is small, and the commonly seasonal mean RCT is about 30–40 days. In spring, a long RCT (over two months) is found mainly in the Southern Hemisphere and in autumn, mainly in the Northern Hemisphere. The RCT of 500 hPa geopotential height in the coupled model is about two weeks, which is close to that simulated by the uncoupled AGCM model. Moreover, the seasonal mean or regional mean RCT is generally in the range of 30–60 days and only in a few small regions, and in specific seasons, the RCT is longer than 80 days. This indicates that in the coupled model, the maximal prediction time is limited to 2–3 months for SST due to computational uncertainty. These average RCTs are shorter than the predictable time obtained by observation data (about eight months). Thus, due to the cask principle, the RCT may be an important reason to restrict the predictable time length of SST in the coupled model.

**Keywords** Reliable computation time, Cask principle, Chaotic system, Oceanic numerical model

## 1 引言

海表面温度 (SST) 是全球海气系统中最重要的变量之一, 经常被用作月到季节气候预测的边界条件 (Palmer and Anderson, 1994; Chowdary et al., 2010)。近年来, SST 对极端气候的季节预报的重要性也被人们所认识到 (Goswami and Shukla, 1991), 各种复杂度的海—气耦合环流模式 (CGCMs) 对于 SST 的预报取得很多进展 (Barnston et al., 1999; Kug et al., 2007)。研究 SST 的可预报时间可以指导提高未来模式的预报性能, 此外, 海气耦合动力系统的空间变率表明 SST 的可预报时间在不同海盆不同, 因此, 研究 SST 可预报时间的时空分布也很重要。一般而言 CGCM 对于 SST 的预报局限于有限的时段, 暗示着 SST 预报具有内在局限性, 可能来源于海—气系统初始值的不准确, 或者是模式误差 (Collins et al., 2002)。如果将 SST 的可预报时间长短想象为一个木桶中水位的高度, 那么初值误差

和模式误差将分别是组成木桶的一块木板, 而误差的大小决定了对应木板的高度, 根据木桶原理 (也叫短板效应), 总体的可预报时间将取决于最低的那块木板。Von Neumann (1960) 的研究表明计算误差会对可预报性产生影响, 但是以木桶原理的角度来讨论计算误差对 SST 可预报时间影响的研究并不多, 本文将利用可信计算时间 RCT (reliable computation time) 的概念, 探讨初值误差对数值模拟中 SST 预报时限的影响。

数值模式的可信计算时间, 简单地说就是由于模式算法的截断误差和浮点计算的舍入误差导致模拟结果中的误差逐渐增大直至达到规定阈值的时刻。许多研究表明数值计算参数对非线性微分方程的求解有影响, 如 Li et al. (2000, 2001) 的研究发现了某些非线性系统即使初值完全准确, 由于舍入误差的存在, 系统的计算结果也存在最大有效计算时间, Li et al. (2000)、Wang et al. (2006)、Teixeira et al. (2007) 及 Liao (2009) 的研究中都得到了双精度计算环境中 Lorenz 方程 (Lorenz, 1963) 的最

大有效计算时间在 35 TU (time unit) 左右。对于更为复杂的数值模式, 如大气和海洋环流模式, 是否也存在类似的可信计算时间是需要回答的, 数值模式的可信计算时间显然会影响其预报能力。进行气候模拟或短期气候预测时, 模式的可信计算问题也已经有过一些研究 (王鹏飞等, 2007; Song et al., 2012), 但并没有定量地给出此类系统的具体可信计算时间, 而且判断可信计算时间的方案也需要进一步的研究。

数值模式的可信计算时间问题与动力系统的可信计算时间有着密切的联系, 同时它们又和误差增长规律相关联。在混沌动力系统的研究中, Lyapunov 指数是一种常用的分析动力系统性质的方法 (Oseledec, 1968), 可以刻画动力系统初始误差的整体 (长期) 平均增长速率, 为分析动力系统的特性提供了重要信息。如果初始误差为  $\delta_0$ , 而允许的最大误差 (简称: 误差限) 记为  $\Delta$ , 最大 Lyapunov 指数  $\lambda_{\max}$  可以用来定义混沌系统的可预报期限

(Eckmann and Ruelle, 1985; Wolf et al., 1985):

$$T_p \sim \frac{1}{\lambda_{\max}} \ln(\frac{\Delta}{\delta_0}). \quad (1)$$

Lyapunov 指数度量了混沌系统的全局特征, 为了研究吸引子的局部动力特征, 学者们提出了局部或有限时间 Lyapunov 指数 (Yoden and Nomura, 1993; Kazantsev, 1999; Ziehmann et al., 2000)。相对于全局 Lyapunov 指数, 局部 Lyapunov 指数可以更有效地展示吸引子的时空结构, 有明显的优越性。非线性局部 Lyapunov 指数方法 (nonlinear local Lyapunov exponents, NLLE) 是近年发展出来的一种新方法 (李建平等, 2006; Ding and Li, 2007; Li and Ding, 2013), 能够使用观测数据来分析实际的天气和气候系统的可预报性。

无论是线性的还是非线性的 Lyapunov 指数方法, 在研究可预报性的时间尺度时都会用到误差限

(记为  $\Delta$ ) 的概念。很多时候为了研究的方便, 分析动力系统的可预报时间时不计算 Lyapunov 指数, 而是直接用数值试验或其他方法得到的误差发展曲线来判定预报时间。判定的方法是, 观察误差从  $\delta_0$  ( $\delta_0 < \Delta$ ) 逐渐增大, 首次到达  $\Delta$  的时刻即认为是可预报时间。一般说来  $\Delta$  为绝对误差, 但是对不同的动力系统, 由于其自身的数值特点, 对  $\Delta$  的数值选取是不一样的。为了避免选用绝对误差  $\Delta$  时对方程解的依赖性, 一些研究中使用了相对误差来判

定可预报时间, Li et al. (2000) 使用相对误差达到 10% 作为判据, Liao (2009) 使用的判据为相对误差达到 5%, 需要注意的是, 如果使用相对误差做判据时, 在变量值接近于零时, 相对误差可能计算不准确。NLLE 在研究可预报时间时使用的是一种更复杂的判断方式, 对一个非线性的系统取  $\Delta = 95\%\bar{E}$ , 其中  $\bar{E}$  为平均的饱和误差。而得到  $\bar{E}$  的数值是比较费时的, 因为需要足够的样本才可以取得较准确的饱和误差平均值。在初始误差比较小的时候, 各种方法获得的可预报时间之间相差并不大。上面定义的各种误差限的方法都是既可以用于研究全局的误差发展, 也可以用于单个变量的误差变化, 即定义相应单变量的可预报时间, 而且当  $\delta_0$  较小时, 单个变量的可预报时间与总体的可预报时间是比较接近的。为了便于比较, 将数值模式的可预报时间、可信计算时间的区别和联系列于表 1, 其中  $\varphi_i(t), i=1,2$  表示某个预报量 (如高度场或温度场) 的两组试验数据。

表 1 数值试验中用到的有关的概念说明

Table 1 The definitions used in numerical experiments

	说明
可预报时间	所有提到可预报时间时, 都是可由公式 $T_p \sim (1/\lambda_{\max}) \ln(\Delta/\delta_0)$ 定义, 这个公式仅在 $\delta_0 \neq 0$ 时有意义。而讨论可信计算时间时, $\varphi_1(t_0) = \varphi_2(t_0)$ , 即 $\delta_0 = 0$ , 因此不能用 $T_p \sim (1/\lambda_{\max}) \ln(\Delta/\delta_0)$ 来描述, 所以两者有区别。
可信计算时间	如果从同一时刻开始计算, 两组数值模拟可得到 $\varphi_1(t)$ 和 $\varphi_2(t)$ , 且 $\varphi_1(t_0) = \varphi_2(t_0)$ , 可信计算时间 $T_c$ 是使得 $ \varphi_1(T_c) - \varphi_2(T_c)  \geq \Delta$ 成立的最小值。

Liu et al. (2015) 提出了利用滑动相关分析研究可信计算时间的方法, 分析得到了大气环流模式 ECHAM5 (Roeckner et al., 2006) 的可信计算时间的空间分布形式。但是, 他们的研究中并未对气候系统中的海洋环流模式分量进行研究, 为此, 本文在 Liu et al. (2015) 的基础上, 对海洋环流模式 LICOM 以及 NEMO 进行可信计算时间的研究。

## 2 利用滑动相关分析研究可信计算时间的方法概述

研究可信计算时间的时间滑动相关系数 (sliding temporal correlation, STC) 方案由 Liu et al. (2015) 提出, 这里我们简单地介绍一下该方法的原理。相关分析是统计分析中衡量任意两个变量之间相关关系的常用方法, 这种关系的密切程度常

用相关系数  $r(t)$  来表征。通过对滑动相关系数进行显著性检验可判定两者关系发生转折的时刻（时间范围），这里我们采用  $t$  检验方法来检验相关系数显著性程度。通过计算给定信度水平（例如 99%）的  $t$  值来计算对应的相关系数  $r_c$ ，如果相关系数  $r_{x,y}(j)$  与  $r_c$  有交点，表明  $x, y$  的相关关系随时间发生了改变，可以定义第一个交点对应的时刻为两者关系发生转折的时刻。

在计算相关系数时选取  $y$  和  $x$  为同样的变量，但数值上为含有误差（可为初值误差或计算误差）的  $x$  计算序列时， $x, y$  之间的滑动相关系数就能够用来分析参考序列和误差序列之间关联度的时间演变，进而分析可信计算时间。当引入相关系数研究可信计算时间时，加入下面的限定条件：开始时刻，参考解序列和误差解序列的初期相关性接近于 1；当误差饱和之后，参考解序列和误差序列的相关性接近于 0（由于取样个数的限制，可能不为 0，但趋向于 0），这些条件对于常见的数值模式都是满足的。以下在研究可预报性问题时，STC 得到的是初值不同的两个模拟结果之间的分离时间；而研究 RCT 问题时，STC 通过分析初值相同但计算步长等参数不同的试验而得到数值解的分离时间。

STC 方法特点如下：1) 与生成数据序列的系统是线性还是非线性无关，都可以研究。2) 使用了连续多点的数据，避免误差限判断中可能出现的单点误差剧烈扰动时可信计算时间判断失误。3) 不用到绝对误差，无需事先估计解域，也不需要预先获得饱和误差值。

为了说明 STC 方法的有效性，我们分别使用误差限  $\Delta$  和 STC 方法来对比研究一个典型的混沌系统的可预报时间，然后利用 STC 方法研究海洋环流模式的可信计算时间问题。

### 3 STC 用于连续混沌动力系统的研究

以 Lorenz 方程（Lorenz, 1963）为例来说明 STC 的实现，方程如下：

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\sigma x + \sigma y, \\ \frac{dy}{dt} = rx - y - xz, \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz, \end{cases} \quad (2)$$

其中， $\sigma, r, b$  是无量纲常数 ( $r=28.0, \sigma=10.0, b=8/3$ )， $t$  为无量纲时间，单位记为 TU，初值为  $(-15.8, -17.48, 35.64)$ 。

图 1a 中蓝色实线为解曲线，红色虚线为  $\delta_0 = 10^{-7}$  时的解曲线。根据理论公式  $T_p \sim (1/\lambda_{\max}) \ln(\Delta/\delta_0)$ ，可预报时间为  $1/0.906 \ln(5/10^{-7}) = 19.6$ ，从图 1b 中可以看出，试验得到的变量  $x$  对应的  $T_p^x$  为 19.7。理论分析只给出一个总体的平均可预报时间，而数值试验对不同的变量进行研究时可以得到各自变量的可预报时间。

STC 对于单变量的可预报时间判定，可以用基准解和加入初值误差的数值解的时间序列来研究；对于多变量的系统，可以对各个变量分别利用 STC 方法来研究，这样可以得到每个变量对应的可预报时间，由于系统的性质，各变量的相关系数演化形式可能不同。对 Lorenz 系统进行研究，计算相关系数时滑动点数为 20，区间长度为 2TU，滑动点之间等距为 0.1TU。从图 2，可以看出，STC 方法找到的  $x, y, z$  可预报时间为：19.4, 19.5, 19.8，与使用理论分析 (19.6)、 $\Delta$  判据 (19.7, 19.8, 19.0) 得到结果接近。

由于滑动相关系数能够反映两组数据序列的关联度随时间的变化，因此除了用于研究初值误差的可预报时间问题，还可以用来研究 Lorenz 系统的可信计算时间问题（Wang et al., 2012），因为这类问题中不存在初值误差  $\delta_0$ ，我们将其与初值误差的可预报时间问题看作不同的问题，但是判定误差达到阈值的方法是一样的，仍可采用  $\Delta=5$  这样的  $\Delta$  判据法或 STC 方法。除了上述 Lorenz 混沌系统，STC 方法对 Chen 系统（Chen and Ueta, 1999）、耦合 Lorenz 系统（Boffetta et al., 1998）的计算结果也与传统误差限方法所得结果一致，具体分析可参考文献（Liu et al., 2015; Wang et al., 2014）。

### 4 海洋模式的 SST 可信计算时间研究

第 3 节研究表明，对于混沌系统的可预报时间问题，STC 方法和使用误差限方法的结果基本一致，而且 STC 方法具有计算方便、既适用于线性系统，也适用于非线性系统的特点。本节我们将利用 STC 方法分析海洋环流模式（及其耦合模式版）在不同季节、不同区域的 SST 可信计算时间的特点。

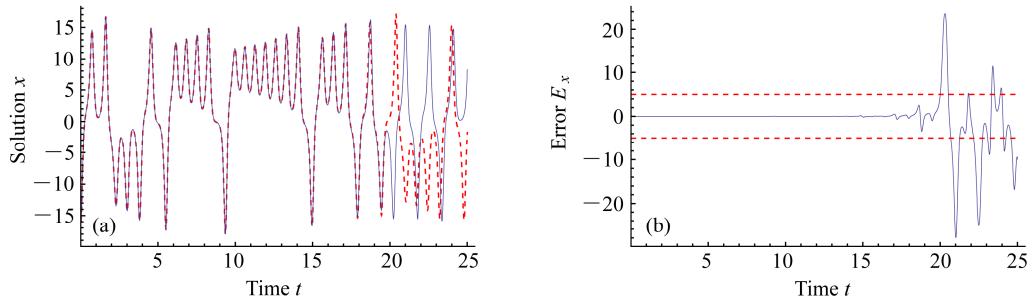


图1 (a) Lorenz 方程的解曲线, 蓝实线为解  $x$  随时间  $t$  的变化, 红虚线为  $\delta_0 = 10^{-7}$  时的解曲线; (b)  $x$  的误差 ( $E_x$ ) 随  $t$  的变化 (蓝实线), 红虚线为  $\Delta = \pm 5$  对应的位置

Fig. 1. The evolutions of the reference solutions and perturbation solutions for the Lorenz system. (a) The solid blue (dotted red) curve exhibits reference (perturbation, with  $\delta_0 = 10^{-7}$ ) solutions for  $x$ . (b) The error of  $x$  ( $E_x$ ) between reference and perturbation solutions (solid blue curve). The red line is the error limitation  $\Delta$  (here,  $\Delta = \pm 5$ )

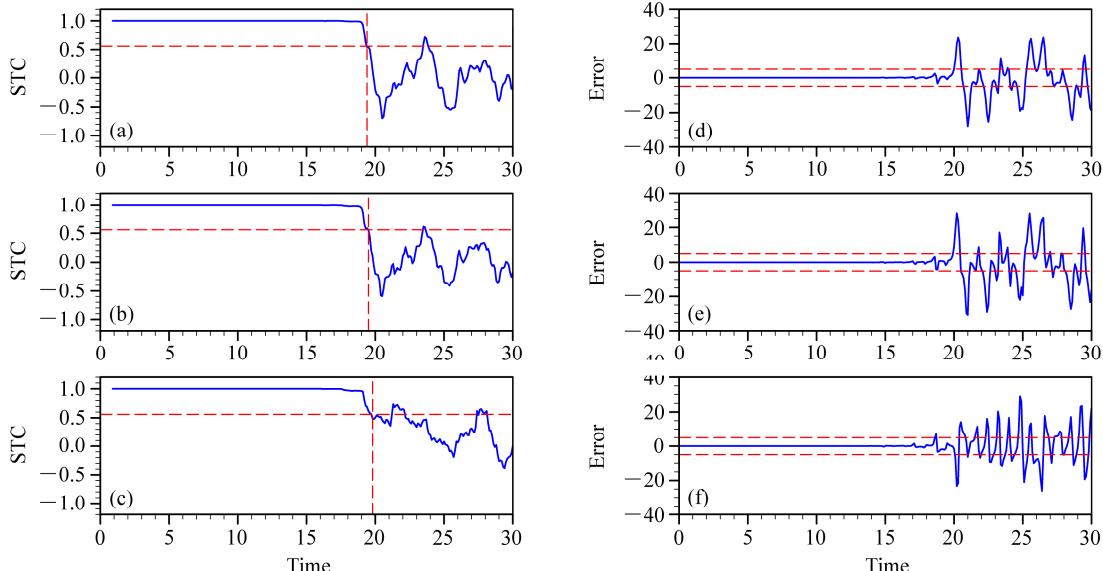


图2 试验数据同图1。(a) 解  $x$  的滑动相关系数随时间的变化, 样本数为 20, 水平虚线为 99% 信度水平对应的位置, 垂直虚线为信度水平到达 99% 的时刻。(b, c) 同 (a) 但为变量  $y$ ,  $z$ 。(d-f)  $x$  的误差随  $t$  的变化 (蓝实线), 红虚线为  $\Delta = \pm 5$  对应的位置。

Fig. 2 The evolution of the sliding temporal correlation (STC) coefficient between the reference and perturbation solutions: (a)  $x$ ; (b)  $y$ ; (c)  $z$ . The horizontal dotted curve denotes the reference value corresponding to 99% confidence level, and the vertical dotted line denotes the first time when the STC reaches 99% confidence level. (d-f) the errors between reference and perturbation solutions (solid blue line) for  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . The red line is the error limitation  $\Delta$  (here,  $\Delta = \pm 5$ )

#### 4.1 模式和试验设计

LICOM (LASG/IAP Climate System Ocean Model) 海洋模式是一个包括全球海洋、基于原始方程和具有自由表面起伏的环流模式, 它被应用到气候模式的多方面研究中 (Lin et al., 2013)。本研究所用 LICO M 版本为 LICO M2 (Liu et al., 2012), 水平分辨率为  $1^\circ \times 1^\circ$ , 经向方向在赤道  $10^\circ\text{S} \sim 10^\circ\text{N}$  加密为  $0.5^\circ$ , 纬向保持  $1^\circ$  不变。模式动量过程中的快过程和慢过程分别利用正压和斜压求解。正压、斜压过程和温盐过程采用不同的时间步长。同时 LICO M 采用了成熟的物理过程, 具体参见 (Liu et

al., 2012)。

对于复杂的海洋环流模式, 其空间和时间积分算法的阶数是固定的, 不容易修改, 因此对于这类系统, 改变积分步长是相对容易实现的研究可信计算时间的方案。LICO M 模式的积分时间步长是依赖于所选择的格点分辨率的, 例如对于  $1^\circ \times 1^\circ$  分辨率, 它的默认时间步长为 60 s, 而对于  $0.1^\circ \times 0.1^\circ$  分辨率则为 6 s。

虽然 LICO M 模式设定了默认的时间步长, 但是它提供了一个参数来控制时间步长的数值, 用户可以依据自己的需求来指定, 例如: 20、30、40、

50、60 s 等。考虑到计算速度和数据存储量的因素，本章的试验选用了  $(1^\circ \times 1^\circ) / L30$  的分辨率的 LICO M，对上述几种时间步长进行了试验（其中 60 s 是默认值），输出均为一天一次，积分时间为模式年第 1 年 1 月 1 日到第 2 年 12 月 31 日和第 1 年 7 月 1 日到第 3 年 6 月 30 日（表 2，试验 1）。

表 2 试验设计说明

Table 2 The descriptions of numerical experiments

试验编号	简记	试验说明
1	LICO M	LICO M 模式实际气温强迫的试验，两组，分别于 1 月 1 日和 7 月 1 日开始加入外强迫
2	NEMO	NEMO 模式实际气温强迫的试验，两组，分别于 1 月 1 日和 7 月 1 日开始加入外强迫
3	ICM	耦合试验，从每月 1 日开始加入外强迫，共 12 组

NEMO (Nucleus for European Modelling of the Ocean) 是法国 LODYC (Laboratoire d'Océanographie Dynamique et de Climatologie) 开发的全球海洋—海冰耦合环流模式 (Madec, 2008)，包括海洋模式 OPA9 和海冰模式 LIM2。OPA9 采用自由表面原始方程组，垂直方向有  $z$  坐标和  $s$  坐标可选，空间差分采用 Arakawa C 型网格，时间差分为蛙跳格式。模式采用不规则水平网格系统 ORCA2。水平分辨率高纬度大约为  $2^\circ$ ，赤道附近加密（约  $0.5^\circ$ ），该网格系统有三个极点，一个位于南极中心，另外两个位于北半球西伯利亚和加拿大，消除了北极点处的计算问题。垂直为 31 层，最深为 5250.23 m，其中 100 m 水深以上有 10 层。将 NEMO 模式与德国马普大气环流模式 ECHAM5 耦合在一起就构成 ICM (Integrated Climate Model) 耦合模式 (Huang et al., 2014)，ICM 耦合过程中采用非通量订正的耦合技术。其中，ECHAM5 的水平分辨率为 T31 (约 3.75 度)，垂直为 19 层，海洋模式为 NEMO2.3，耦合器选用的是 OASIS3 (Valcke, 2006)，模式整体耦合方案参考了欧盟的 PRISM 计划提出的 COSMOS 地球系统模式耦合框架 (Legutke and Gayler, 2005)，ICM 的模拟性能可以参考 Huang et al. (2014)。

利用非耦合版的 NEMO 进行两组试验，积分时间为 2 年，逐日输出数据（表 2，试验 2）。然后使用 ICM 进行耦合试验，从每月 1 日开始积分，共 12 组，输出频率均为大气 6 小时一次，海洋 1 天一次，积分时间为 1 年。由于 NEMO 模式在并行计

算时使用了 MPI\_ALLREDUCE 操作，因此，计算误差（舍入误差）会对模拟结果造成影响，导致使用 32CPU 和 16CPU 的 NEMO 结果稍有不同（表 2，试验 3），通过分析这两组试验，就能得到模拟结果中 SST 的可信计算时间。

本研究在计算 STC 时采用 20 个时间点的滑动窗口，通过了 99% 的信度检验。

#### 4.2 海洋模式试验结果

当以木桶原理考虑可预报性的问题时，需要比较不同木板（即影响可预报时间的因子）的长度，一般来说，对气候和海洋预报问题，观测资料也会提供一个可预报时间 (Li and Ding, 2013)，而且这个可预报时间一般比初值和模型误差的定义的可预报性要长，是有意义的数值预报的上限，因此，我们将其作为一个对比的基准。

图 3 为 LICO M 模式试验得到的 RCT（外强迫从 1 月 1 日开始），可见模式的 SST 可信计算时间在赤道东太平洋和西北太平洋地区存在 RCT 低值区，其数值不超过 2 个月，但是这些区域面积较小。全球平均的 RCT 为半年以上，而且有很多区域超过 8~10 个月。

图 4 为 LICO M 模式计算得到的 RCT 空间分布图（外强迫从 7 月 1 日开始），与从冬季开始的模拟相比，主要的差别在于夏季 RCT 高值区在北半球范围更广，而冬季（图 3）的 RCT 高值区在南半球多些，这在纬向平均的分布图上能够清楚地看到。

图 5 为 NEMO 模式的试验结果，其 RCT 分布的区域细节与 LICO M 模式不尽相同。NEMO 模式在赤道太平洋地区全是 RCT 高值区，而 RCT 低值区域出现在赤道外的太平洋和大西洋中纬度地区，1 月份的试验表明，北半球这些区域的 RCT 数值不超过 3 个月（图 5a）。而 7 月份的试验高值区在北半球，低值区在南半球，部分区域 RCT 数值不超过 3 个月（图 5b），这种冬夏相反的形式可能与模式中温盐等恢复项的处理有关 (周天军等, 2009)。

从全球平均来看，无论哪组试验全球平均的 RCT 都在半年以上，而且有很多区域超过 8~10 个月，这在数值上与 Li and Ding (2013) 用资料所得的可预报时间上限接近。因此我们认为 LICO M 和 NEMO 模式在非耦合状态下，其 RCT 与资料的预报上限接近，甚至更长，由于它达到和超过了资料可预报性这块标准板的长度。因此，计算不确定性

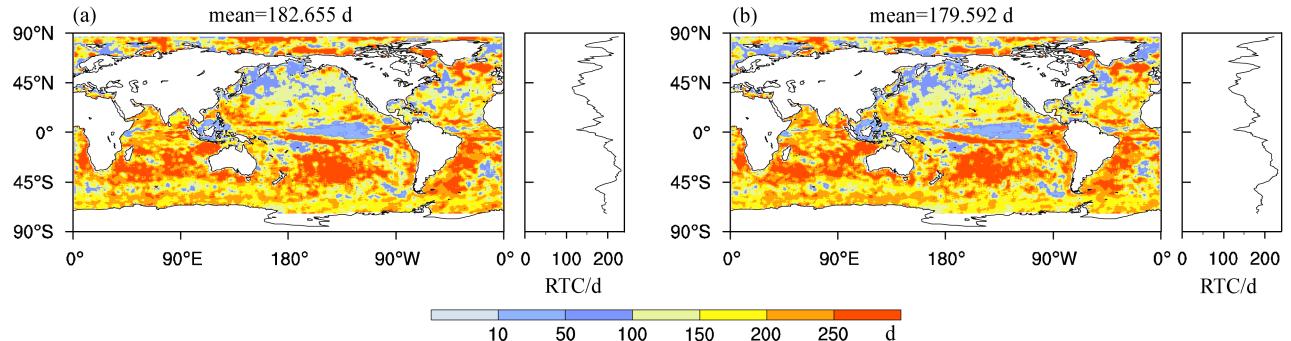


图 3 LICOM 模拟的 SST 可信计算时间分布和纬向平均分布图 (外强迫从 1 月 1 日开始): (a)  $\Delta t = 30$  数值解的 RCT; (b)  $\Delta t = 60$  数值解的 RCT  
Fig. 3 The reliable computation time (RCT) of SST simulated by LASG/IAP Climate System Ocean Model (LICOM) (shaded) and their zonal mean (line) (the external forcing starting from 1 January): (a) The reliable computation time (RCT) for  $\Delta t = 30$ ; (b) the RCT for  $\Delta t = 60$

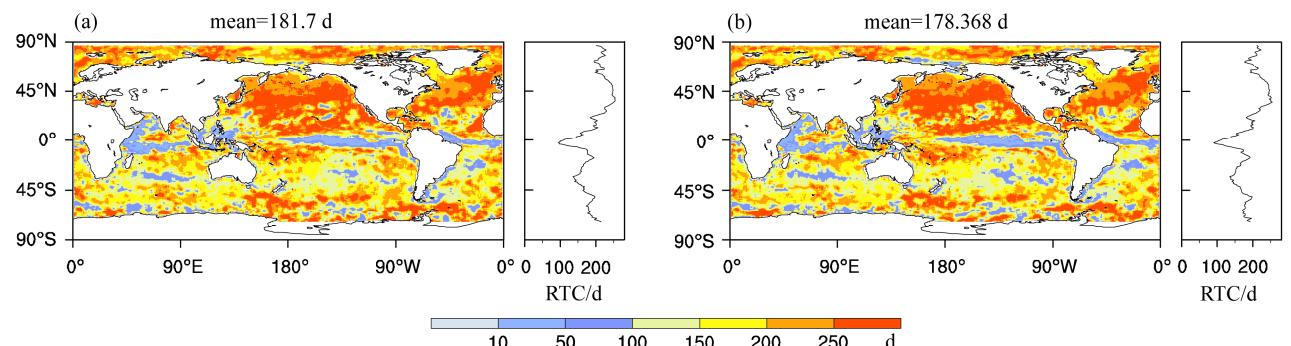


图 4 同图 3, 但外强迫从 7 月 1 日开始

Fig. 4 Same as Fig. 3, but for the external forcing starting from 1 July

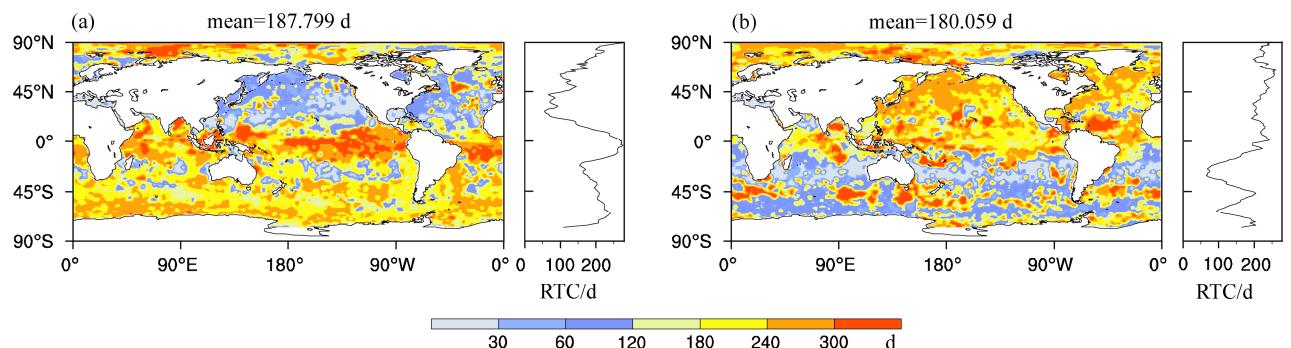


图 5 NEMO 模式海表温度 SST 的可信计算时间分布和纬向平均分布: (a) 外强迫始于 1 月 1 日; (b) 外强迫始于 7 月 1 日

Fig. 5 The RCT of SST simulated by Nucleus for European Modelling of the Ocean (NEMO) (shaded) and their zonal mean (line): (a) The RCT for the external forcing starting from 1 January; (b) the RCT for the external forcing starting from 1 July

并不是海洋模式以实际气温强迫方式进行 SST 预报时的短板。

#### 4.3 耦合模式试验的结果

图 6 给出了海气耦合模式 (NEMO 作为海洋分量) 的结果, 虽然外强迫时间与图 5 中试验相同, 但是平均 RCT 时间由 180 天左右 (图 5) 减小为 30 天和 32 天 (图 6), 而且大值区域更加集中于少

数地区。

图 7 为 ICM 模式模拟的 500 hPa 位势高度场 RCT, 可见无论从冬季 (图 7a) 还是夏季 (图 7b) 开始的数值试验, 其可信计算时间均为 2 周左右, 这与单独运行 ECHAM5 模式所得结果 [Liu et al. (2015) 的图 8~11] 相近, 这说明对于大气环流模式 ECHAM5, 采用非耦合方式或耦合方式运行时, 其

RCT 相差并不大，而且分布的形式无论从位置结构还是纬向平均也类似。由于两周是公认的大气可预报上限，因此计算不确定性是影响和制约大气模式中预报量可预报时间的一个重要因素。

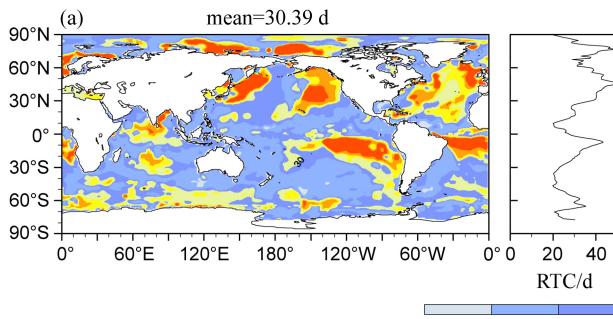


图 8 为耦合模式模拟的 SST 可信计算时间的年平均分布情况，RCT 的大值区在西北太平洋、西南太平洋以及大西洋南部可以达到 2 个月以上，而全球平均 RCT 仅为 35 天左右。对比 Li (2013) 所用

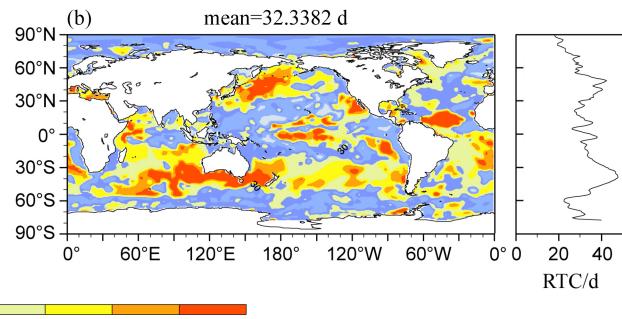


图 6 同图 5，但为耦合方式运行的 NEMO 模式所得结果。

Fig. 6 Same as Fig. 5, but for coupled model using NEMO as a component model

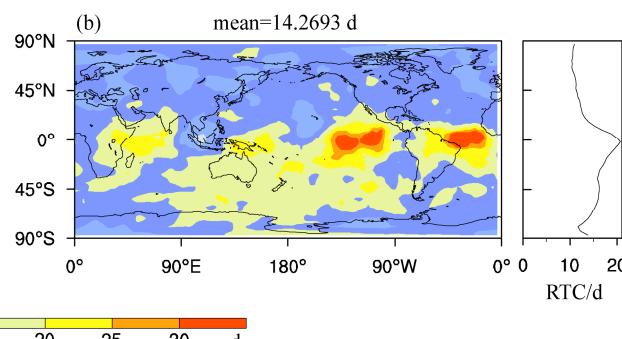
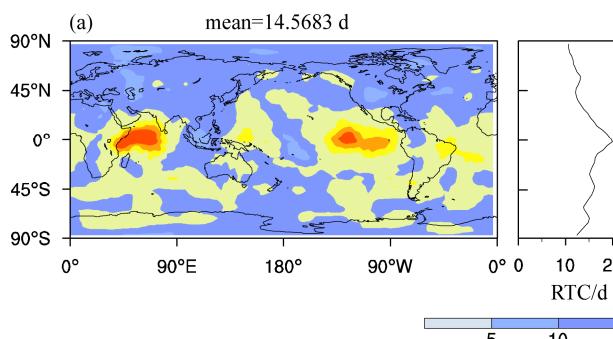


图 7 耦合模式中 ECHAM5 模式所得的 500 hPa 高度场 RCT 分布和纬向平均分布：(a) 试验初值取为 1 月 1 日；(b) 试验初值取为 7 月 1 日

Fig. 7 The RCT of simulated 500-hPa height by ECHAM5 model (the atmospheric component model in the coupled model) (shaded) and their zonal mean (line): (a) the initial data starting from 1 January; (b) the initial data starting from 1 July

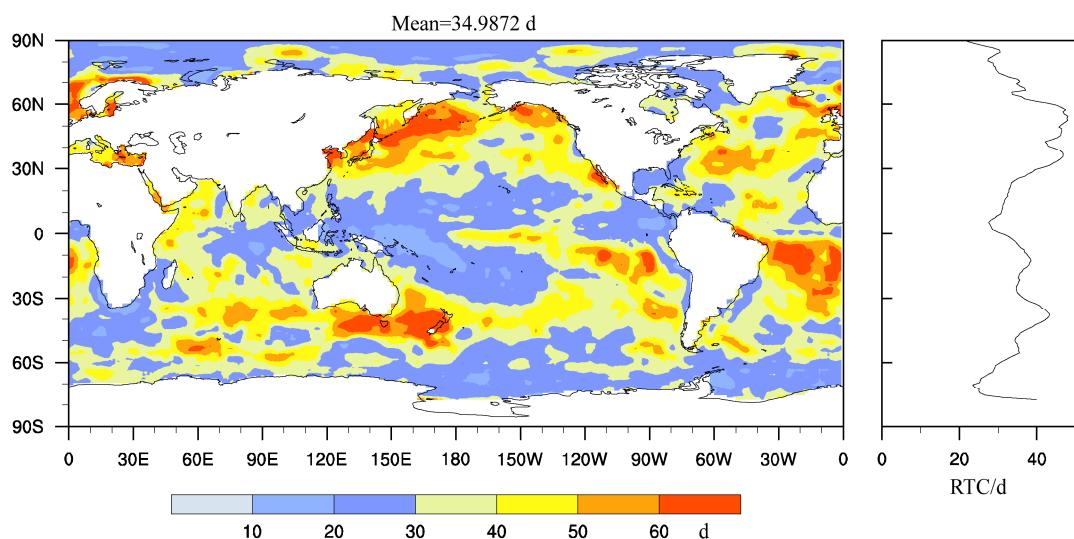


图 8 ICM 耦合模式模拟的 SST 可信计算时间的年平均空间分布和纬向平均分布图

Fig. 8 The mean annual RCT of SST simulated by Integrated Climate Model (ICM) (shaded) and their zonal mean (line)

资料分析得到的结果[Li (2013)的图 2], 可见用资料分析得到的可预报时间更长, 而且体现了气候系统中的动力特点, 而 STC 方法所得的可信计算时间更主要是体现模式算法性能, 而非气候动力效果。而从时间长短上来看, 资料分析所得结果平均达到 5 个月左右, 明显比 RCT 的时间长度要长。因此根据木桶原理, 在这种情况下, RCT 是制约耦合模式可预报时间的一个不可忽略的因素, 这与单独运行海洋模式是完全不同的。资料分析的可预报时间有明显的赤道地区长, 赤道外地区短的现象, 而图 8 中的纬向平均 RCT 并没有这样的现象, 赤道地区和赤道外地区的 RCT 变化并无明显的规律。

图 9 给出了耦合模式在春、夏、秋、冬季的 RCT 分布形式, 按季节平均得到的 RCT 变化不大, 在 30~40 天之间, RCT 的大值区春季位于南半球, 而秋季位于北半球, 可达 2 个月以上。无论是按季节平均还是按海区平均(图 10~12)所得到的海表温度 RCT 分布, 都在 30~60 天左右, 只有极少数区域在特定季节可以达到 80 天以上。这说明在海气耦合模式中, 由于计算不确定造成的可预报上限一般不超过 2~3 个月, 这比使用资料分析得到可预报期限短很多(Li and Ding, 2013)。

Saji et al. (1999) 指出了印度洋地区存在 IOD (Indian Ocean dipole) 模态, 其中正的 IOD 模态,

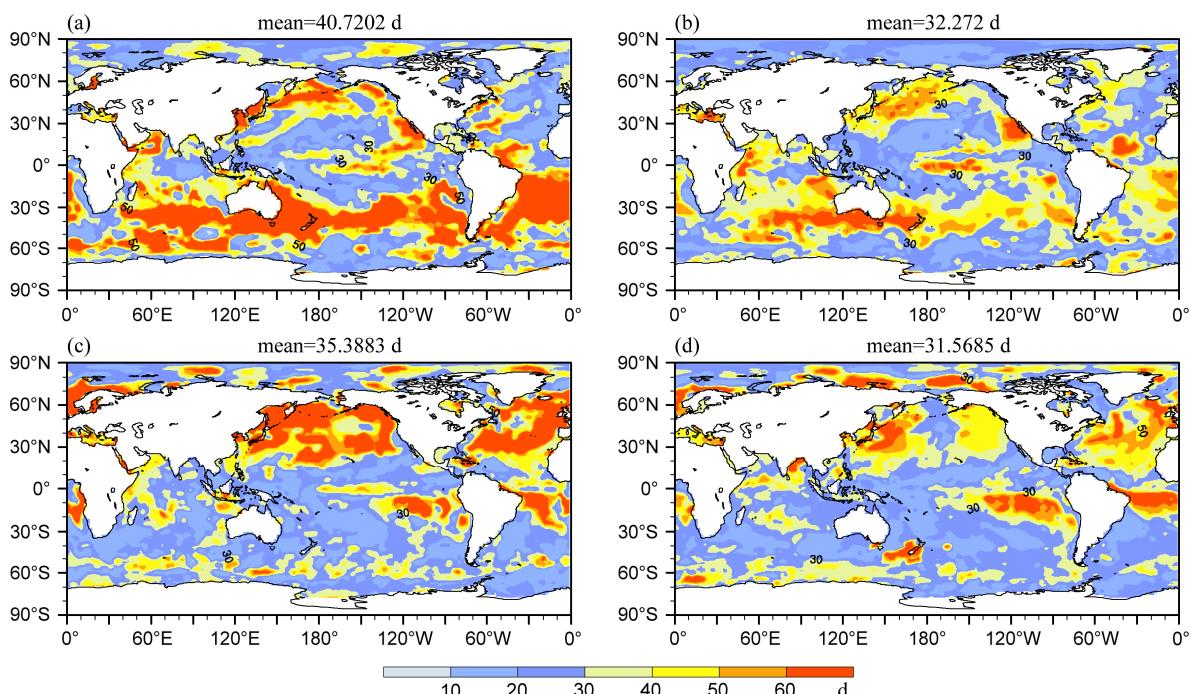


图 9 ICM 耦合模式模拟的 SST。可信计算时间的空间分布: (a) 春季; (b) 夏季; (c) 秋季; (d) 冬季

Fig. 9 The seasonal mean RCT of SST simulated by ICM: (a) spring; (b) summer; (c) autumn; (d) winter

热带西印度洋 ( $10^{\circ}\text{S} \sim 10^{\circ}\text{N}$ ,  $50^{\circ} \sim 70^{\circ}\text{E}$ ) 海温偏暖, 而热带东南印度洋 ( $10^{\circ}\text{S} \sim 0^{\circ}$ ,  $90^{\circ} \sim 110^{\circ}\text{E}$ ) 海水异常变冷。图 10 给出了热带印度洋海区的可信计算时间, 结果显示在 ICM 耦合模式中, 东南印度洋的 RCT 季节变化不是很大, 而赤道西印度洋的 RCT 比东南印度洋大一些, 为 32~42 天之间, 且冬季要小于春、夏季。从数值上来看, 比使用资料分析得到的可预报时间(约 8 个月, 见 [Li and Ding, 2013 的图 6] 要小, 这说明在研究印度洋地区的可预报性问题时, 计算误差会对模拟结果造成影响。

Wajsowicz (2005) 指出 IOD 在冬季存在可预报性障碍, 这种跨季节的可预报性障碍一般时间长度需要 4~5 个月以上才能跨越季节, 而印度洋分区的 RCT 时间均为 1 个月左右, 无明显的冬季预报障碍特征, 这暗示着, 解决 RCT 问题的手段与解决可预报性问题可能不同, 它不完全由气候系统内在的动力规律决定, 还涉及模式具体算法特点, 而且目前尚未引起足够的重视。

此外, 对比热带太平洋(图略)、热带太平洋(图 11)、赤道外大洋(图 12)与资料所得可预报时间[(Li and Ding, 2013 的图 7~8)]也可以观察到与印度洋地区相似的情况, 即 RCT 平均为 1~2 月之内, 并不跨季节, 因此不存在明显的 RCT 季节障碍问题。

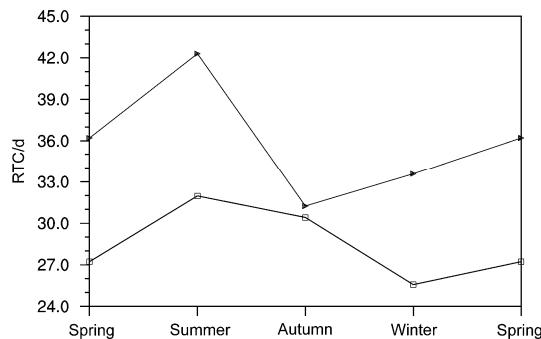


图 10 ICM 模式模拟的区域平均的 SST 可信计算时间的季节变率, 标方形的线代表赤道东南印度洋 ( $10^{\circ}\text{S} \sim 0^{\circ}$ ,  $90^{\circ} \sim 110^{\circ}\text{E}$ ), 标三角形的线代表赤道西印度洋 ( $10^{\circ}\text{S} \sim 10^{\circ}\text{N}$ ,  $50^{\circ} \sim 70^{\circ}\text{E}$ )

Fig. 10 Seasonal variations of RCT (for SST simulated by ICM) averaged over the southeastern tropical Indian Ocean ( $10^{\circ}\text{S} \sim 0^{\circ}$ ,  $90^{\circ} \sim 110^{\circ}\text{E}$ ) (line with squares) and over the western tropical Indian Ocean ( $10^{\circ}\text{S} \sim 10^{\circ}\text{N}$ ,  $50^{\circ} \sim 70^{\circ}\text{E}$ ) (line with triangles)

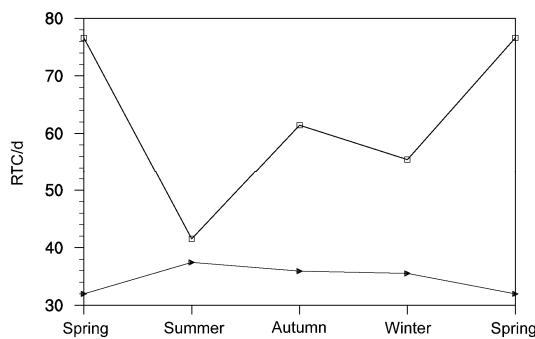


图 11 ICM 模式模拟的区域平均的 SST 可信计算时间的季节变率, 标方形的线是赤道南大西洋 ( $20^{\circ} \sim 5^{\circ}\text{S}$ ,  $30^{\circ} \sim 10^{\circ}\text{W}$ ), 标三角形的线为赤道北大西洋 ( $5^{\circ} \sim 20^{\circ}\text{N}$ ,  $35^{\circ} \sim 15^{\circ}\text{W}$ )

Fig. 11 Seasonal variations of RCT (for SST simulated by ICM) averaged over the southern tropical Atlantic ( $20^{\circ} \sim 5^{\circ}\text{S}$ ,  $30^{\circ} \sim 10^{\circ}\text{W}$ ) (line with squares) and over the northern tropical Atlantic ( $5^{\circ} \sim 20^{\circ}\text{N}$ ,  $35^{\circ} \sim 15^{\circ}\text{W}$ ) (line with triangles)

## 5 总结与讨论

使用 STC 方法研究了混沌动力系统以及 LICO、NEMO 等全球海洋环流模式的可信计算时间问题。结果表明 STC 方法得到的混沌系统的有效计算时间与使用误差限方法得到的结果一致, 说明了 STC 方法用于可信计算时间问题研究是有效的。STC 方法从统计的观点出发, 利用了连续多点的信息来计算数值模式的可信计算时间, 具有物理含义清晰、数学描述准确、程序实现简单、判断标准统一、应用范围广等特点。

STC 方法得到的海洋模式单独运行时 SST 可信

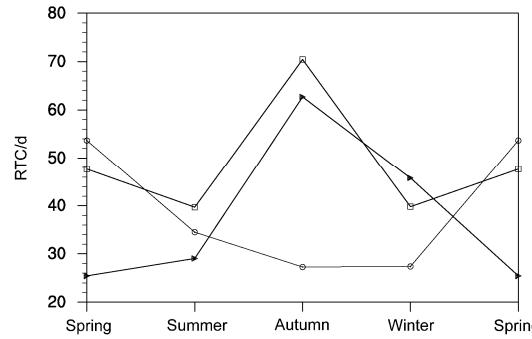


图 12 ICM 模式模拟的区域平均的 SST 可信计算时间的季节变率, 标方形的线表示北太平洋 ( $40^{\circ} \sim 60^{\circ}\text{N}$ ,  $120^{\circ}\text{E} \sim 120^{\circ}\text{W}$ ), 标三角形的线为北大西洋 ( $40^{\circ} \sim 60^{\circ}\text{N}$ ,  $60^{\circ}\text{W} \sim 0^{\circ}$ ), 标圆形的线为南半球中高纬海  
洋 ( $40^{\circ} \sim 60^{\circ}\text{S}$ ,  $0^{\circ} \sim 180^{\circ} \sim 0^{\circ}$ )

Fig. 12 Seasonal variations of RCT (for SST simulated by ICM) averaged over the North Pacific ( $40^{\circ} \sim 60^{\circ}\text{N}$ ,  $120^{\circ}\text{E} \sim 120^{\circ}\text{W}$ ) (line with squares), over the northern Atlantic ( $40^{\circ} \sim 60^{\circ}\text{N}$ ,  $60^{\circ}\text{W} \sim 0^{\circ}$ ) (line with triangles), and over the middle-high latitude oceans in the Southern Hemisphere ( $40^{\circ} \sim 60^{\circ}\text{S}$ ,  $0^{\circ} \sim 180^{\circ} \sim 0^{\circ}$ ) (line with circles)

计算时间较长, 平均达到 6 个月以上, 这主要是由于海洋模式运行过程中, 不断通过背景资料强迫恢复海洋物理量的计算, 使得它们无法偏离基本状态很远。LICOM 模式的 SST 可信计算时间在赤道东太平洋和西北太平洋地区存在 RCT 低值区, 其数值不超过 2 个月。而 NEMO 模式在赤道太平洋地区全是 RCT 高值区, NEMO 模式的 RCT 低值区域出现在赤道外的太平洋和大西洋中纬度地区。Li and Ding (2013) 分析海洋资料得到的 SST 可预报为 8~12 个月, 因此当 LICOM 和 NEMO 模式在非耦合状态下, 其 RCT 与资料的预报上限接近, 甚至更长。

海洋模式以耦合方式运行时, 由于去掉了背景资料的强迫恢复作用, 模拟的 SST 可信计算时间明显减小, 年平均 RCT 为 1 个月左右。按季节平均得到的 RCT 变化不大, 在 30~40 天之间, RCT 的大值区春季位于南半球, 而秋季位于北半球, 可达 2 个月以上。耦合模式中所模拟的 500 hPa 高度场的 RCT 与单独运行的大气模式所得结果相差不大, 仍为 2 周以内, 由于 2 周是公认的大气可预报上限, 因此计算不确定性对大气环流模式预报量的影响可能是制约可预报时间的一个潜在的影响因子。无论是按季节平均还是按海区平均所得到的海表温度 RCT 分布, 都在 30~60 天左右, 只有极少数区域在特定季节可以达到 80 天以上, 这说明在海气耦合模式中, 由于计算不确定造成的可预报上限一

般不超过 2~3 个月, 这比使用资料分析得到可预报期限短很多, 因此根据木桶原理, RCT 可能是制约海气耦合模式 SST 预报能力的一个重要因素。

研究所得的 RCT 分布更主要的是体现模式的数值算法性能, 因而不是与气候动力学的热点区域意义对应。由于不同的模式采用不同的算法来求解大气—海洋动力学方程组及实现相关的物理参数化过程, 因此不同的数值模式其 RCT 分布形式与本文所用的 LICO、NEMO/ICM 可能也不尽相同, 但是本文的研究结果, 特别是与资料分析的对比结果无疑会对此类研究提供有益的帮助。数值算法虽然与季节的变化无关, 但是由于季节循环时强迫作用的影响与数值算法影响在总误差中所占的比重会导致 RCT 的一些季节变化特征, 主要体现在冬夏季的带状反向分布形势, 由于其中可能涉及复杂的非线性作用, 还需要进一步的研究。另外, 本文仅研究了模式中 SST 的可信计算时间, 当海洋模式以实际气温强迫方式运行时, 海表是恢复最强的地方(周天军等, 2009), 因此, SST 的可信计算时间较长是可以理解的, 但是海洋深处, 恢复效应的影响应该逐渐减小, 其 RCT 可能有另外的表现, 这也是可以继续研究的问题。此外, 对于耦合模式所模拟的海表高度、流速等也可以使用 STC 方法进行相应的分析, 我们将另文讨论。

**致谢** 两位审稿人详细阅读和指出了文稿中的一些不足之处, 提出了非常有价值的修改建议, 这对提高本文的质量有很大帮助, 在此深表谢意。

## 参考文献 (References)

- Barnston A G, He Y, Glantz M H. 1999. Predictive skill of statistical and dynamical climate models in SST forecasts during the 1997~98 El Niño episode and the 1998 La Niña onset [J]. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 80 (2): 217–243.
- Boffetta G, Giuliani P, Paladin G, et al. 1998. An extension of the Lyapunov analysis for the predictability problem [J]. *Journal of Atmospheric Sciences*, 55 (23): 3409–3416.
- Chen G, Ueta T. 1999. Yet another chaotic attractor [J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 9 (7): 1465–1466.
- Chowdary J, Xie S P, Lee J Y, et al. 2010. Predictability of summer Northwest Pacific climate in 11 coupled model hindcasts: Local and remote forcing [J]. *J. Geophys. Res.*, 115: D22121.
- Collins M, Frame D, Sinha B, et al. 2002. How far ahead could we predict El Niño? [J]. *Geophys. Res. Lett.*, 29 (10): 1301–1304.
- Ding R Q, Li J P. 2007. Nonlinear finite-time Lyapunov exponent and predictability [J]. *Physics Letters A*, 364 (5): 396–400.
- Eckmann J P, Ruelle D. 1985. Ergodic theory of chaos and strange attractors [J]. *Reviews of Modern Physics*, 57 (3): 617–656.
- Goswami B, Shukla J. 1991. Predictability of a coupled ocean-atmosphere model [J]. *J. Climate*, 4 (1): 3–22.
- Huang P, Wang P F, Hu K M, et al. 2014. An introduction to the integrated climate model of the center for monsoon system research and its simulated influence of El Niño on East Asian–western North Pacific climate [J]. *Advances in Atmospheric Sciences*, 31 (5): 1136–1146.
- Kazantsev E. 1999. Local Lyapunov exponents of the quasi-geostrophic ocean dynamics [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 104 (2–3): 217–257.
- Kug J S, Lee J Y, Kang I S. 2007. Global sea surface temperature prediction using a multi-model ensemble [J]. *Mon. Wea. Rev.*, 135 (9): 3239–3247.
- Legutke S, Gayler V. 2005. The MPI-Met PRISM Earth System Model Adaptation Guide [R]. PRISM-Report Series-08.
- Li J P, Zeng Q C, Chou J F. 2000. Computational uncertainty principle in nonlinear ordinary differential equations—I. Numerical results [J]. *Science in China (Series E)*, 43 (5): 449–461.
- Li J P, Zeng Q C, Chou J F. 2001. Computational uncertainty principle in nonlinear ordinary differential equations—II. Theoretical analysis [J]. *Science in China (Series E)*, 44 (1): 55–74.
- 李建平, 丁瑞强, 陈宝花. 2006. 大气可预报性研究的回顾与展望 [M]. 北京: 气象出版社, 96–103. Li Jianping, Ding Ruiqiang, Chen Baohua. 2006. The Review and Perspective of Atmospheric Predictability [M] (in Chinese). Beijing, Meteorological Press, 96–103.
- Li J P, Ding R Q. 2013. Temporal–spatial distribution of the predictability limit of monthly sea surface temperature in the global oceans[J]. *International Journal of Climatology*, 33 (8): 1936–1947.
- Liao S J. 2009. On the reliability of computed chaotic solutions of non-linear differential equations [J]. *Tellus A*, 61 (4): 550–564.
- Lin P F, Liu H L, Yu Y Q, et al. 2013. Long-Term behaviors of two versions of FGOALS2 in preindustrial control simulations with implications for 20th century simulations [J]. *Advances in Atmospheric Sciences*, 30 (3): 577–592.
- Liu H L, Lin P F, Yu Y Q, et al. 2012. The baseline evaluation of LASG/IAP Climate system Ocean Model (LICO) version 2 [J]. *Acta Meteorologica Sinica*, 26 (3): 318–329.
- Liu Y, Wang P F, Huang G. 2015. Study on the reliable computation time of the numerical model using the sliding temporal correlation method [J]. *Theor. Appl. Climatol.*, 119 (3): 539–550.
- Lorenz E N. 1963. Deterministic nonperiodic flow [J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20 (2): 130–141.
- Madec G. 2008. NEMO Ocean Engine [M]. Note du Pole de modélisation, 27édition. France: Institut Pierre-Simon Laplace (IPSL), 300pp.
- Oseledec V I. 1968. A multiplicative ergodic theorem: Lyapunov characteristic numbers for dynamical systems [J]. *Transactions of the Moscow Mathematical Society*, 19 (2): 197–231.
- Palmer T N, Anderson D L T. 1994. The prospects for seasonal forecasting—A review paper [J]. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 120 (518): 755–793.
- Roeckner E, Brokopf R, Esch M, et al. 2006. Sensitivity of simulated

- climate to horizontal and vertical resolution in the ECHAM5 atmosphere model [J]. *J. Climate*, 19 (16): 3771–3791.
- Saji N H, Goswami B N, Vinayachandran P N, et al. 1999. A dipole mode in the tropical Indian Ocean [J]. *Nature*, 401 (6751): 360–363.
- Song Z, Qiao F, Lei X, et al. 2012. Influence of parallel computational uncertainty on simulations of the Coupled General Climate Model [J]. *Geoscientific Model Development*, 5 (2): 313–319.
- Teixeira J, Reynolds C A, Judd K. 2007. Time step sensitivity of nonlinear atmospheric models: Numerical convergence, truncation error growth, and ensemble design [J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 64 (1): 175–189.
- Valcke S. 2006. OASIS3 user guide [R]. PRISM Support Initiative Report 3, 64pp.
- Von Neumann J. 1960. Dynamics of Climate (The Proceedings of a Conference on the Application of Numerical Integration Techniques to the Problem of the General Circulation Held October 26–28, 1955) [M] Some remarks on the problem of forecasting climatic fluctuations, 9–11.
- Wajsowicz R C. 2005. Potential predictability of tropical Indian Ocean SST anomalies [J]. *Geophys. Res. Lett.*, 32:L24702.
- Wang P F, Huang G, Wang Z Z. 2006. Analysis and application of multiple-precision computation and round-off error for nonlinear dynamical systems [J]. *Advances in Atmospheric Sciences*, 23 (5): 758–766.
- 王鹏飞, 王在志, 黄刚. 2007. 舍入误差对大气环流模式模拟结果的影响 [J]. *大气科学*, 31 (5): 815–825. Wang Pengfei, Wang Zaizhi, Huang Gang. 2007. The influence of round-off error on the atmospheric general circulation model [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Sciences (in Chinese)*, 31 (5): 815–825.
- Wang P F, Li J P, Li Q. 2012. Computational uncertainty and the application of a high-performance multiple precision scheme to obtaining the correct reference solution of Lorenz equations [J]. *Numerical Algorithms*, 59 (1): 147–159.
- Wang P F, Liu Y, Li J P. 2014. Clean numerical simulation for some chaotic systems using the parallel multiple-precision Taylor scheme [J]. *Chinese Science Bulletin*, 59 (33), 4465–4472.
- Wolf A, Swift J B, Swinney H L, et al. 1985. Determining Lyapunov exponents from a time series [J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 16 (3): 285–317.
- Yoden S, Nomura M. 1993. Finite-Time Lyapunov stability analysis and its application to atmospheric predictability [J]. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 50 (11): 1531–1543.
- 周天军, 张学洪, 刘海龙. 2009. 大洋环流模式的温盐表面边界条件处理及其影响研究评述. 地球科学进展, 24 (2): 111–122. Zhou Tianjun, Zhang Xuehong, Liu Hailong. 2009. A review of the surface boundary conditions for temperature and salinity of oceanic general circulation models [J]. *Advances in Earth Science (in Chinese)*, 24 (2): 111–122.
- Ziehmann C, Smith L A, Kurths J. 2000. Localized Lyapunov exponents and the prediction of predictability [J]. *Physics Letters A*, 271 (4): 237–251.